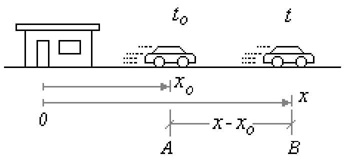
CINEMÁTICA:

Movimiento Rectilíneo uniforme (M.R.U.)

Para describir cuantitativamente la rapidez con que se mueve un cuerpo se utiliza el concepto de velocidad. La velocidad de un cuerpo se obtiene dividiendo la distancia recorrida por el intervalo de tiempo empleado en recorrerla o sea:

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{intervalo de tiempo}} \qquad \boxed{v = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

En el siguiente ejemplo las distancia del automóvil se mide en relación con la casa "*0*".



Entonces, cuando el móvil pasa por ***A*** en el instante t_0, su distancia desde ***0*** es x_0; y cuando pasa por ***B*** en el instante ***t***, su distancia desde ***0*** es ***x***.

El intervalo de tiempo es $t - t_0$ y la distancia recorrida en ese intervalo es $AB = x - x_0$, de modo que podemos expresar la velocidad entre ***A*** y ***B*** en la forma:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x - x_o)}{(t - t_o)}$$

En este caso Δx es el cambio de posición, y Δt el intervalo de tiempo, o sea:

$\Delta x = x - x_0$ (distancia recorrida)

$\Delta t = t - t_0$ (intervalo de tiempo)

En el sistema internacional de unidades (SI) la velocidad se expresa en metros por segundo(m/s), también pueden usarse otras combinaciones de unidades tales como km/h, m/min, etc.

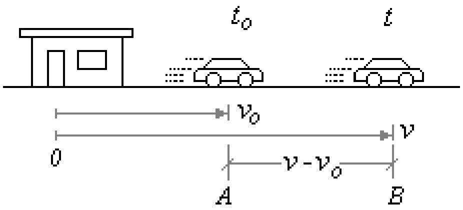
$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{[m]}{[s]}$$

Movimiento Variado:

La aceleración de un móvil se define como el cambio de velocidad del mismo por unidad de tiempo, o sea:

$$a = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{intervalo de tiempo}} \qquad \boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Consideremos un móvil que al pasar por ***A***, en el instante t_0, tiene una velocidad v_0, y al pasar por el punto ***B***, en el instante ***t***, tiene la velocidad ***v***.



Entonces el cambio de velocidad del móvil será $\boldsymbol{v - v_0}$ y el tiempo transcurrido $\boldsymbol{t - t_0}$. La aceleración entre los puntos ***A*** y ***B*** estará dada por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v - v_0)}{(t - t_0)}$$

Donde:

$\Delta v = v - v_0$ es el cambio de velocidad y

$\Delta t = t - t_0$ es el intervalo de tiempo.

En el S.I. medimos la velocidad en metros por segundos (m/s) y el tiempo en egundos(s), luego la aceleración se expresa en (m/s)/s ó m/s^2.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{[m/s]}{[s]} = \frac{[m]}{[s^2]}$$

Cuando la velocidad aumenta se dice que el movimiento es acelerado y la aceleración es positiva. Por el contrario cuando la velocidad disminuye el movimiento es retardado y la aceleración es negativa.

Distancia recorrida en el movimiento variado:

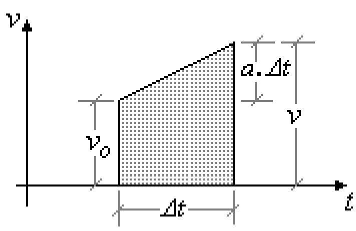
En el M.R.U. la distancia recorrida se expresa por:

$$\Delta x = v \, . \, \Delta t$$

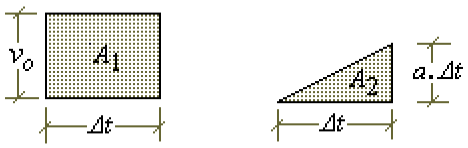
En el movimiento variado la distancia está dada por:

$$\Delta x = (\textit{velocidad media}) \, . \, \Delta t$$

Esta distancia es una aproximación debido a que la velocidad no permanece constante como en el M.R.U. En el siguiente gráfico el área sombrada corresponde geométricamente a la distancia recorrida por un móvil cuando el movimiento varía de una velocidad ($\boldsymbol{v_0}$) a otra ($\boldsymbol{v}$)



Tratándose de un cálculo de áreas lo podemos hacer en dos partes



$\boldsymbol{A_t = A_1 + A_2}$ $\quad$ $\boldsymbol{A_1 = v0 \,.\, \Delta t}$ $\quad$ $\boldsymbol{A_2 = (½\, a \,.\, \Delta t).\, \Delta t}$

En este caso $\boldsymbol{a \,.\, \Delta t}$ es el cambio de velocidad en el intervalo $\boldsymbol{\Delta t}$.

Finalmente sumando las dos áreas $\boldsymbol{A_1 + A_2}$ se obtiene el área total ($\boldsymbol{A_t}$)

$$\boldsymbol{A_t = v_0 \,.\, \Delta t + (½\, a \,.\, \Delta t) \,.\, \Delta t}$$

$\boldsymbol{A_t}$ en nuestro caso es la distancia total recorrida por el móvil o sea $\boldsymbol{\Delta x}$

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta x = v_0 \,.\, \Delta t + ½\, a \,.\, (\Delta t)^2}} \qquad \text{Ecuación (1)}$$

Esta ecuación nos permite calcular la distancia en función del tiempo en el movimiento variado.

Cálculo de la velocidad en función de su posición

Existen casos en que es imposible disponer de parámetro $\boldsymbol{\Delta t}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \;\therefore\; \Delta t = \frac{\Delta v}{a} \;\therefore\; \boxed{\Delta t = \frac{(v - v_o)}{a}} \quad (a)$$

Si reemplazamos $\boldsymbol{\Delta t}$ en la ecuación (1) por su equivalente en la ecuación anterior(a), resulta;

$$\Delta x = v_o \,.\, \frac{(v - v_o)}{a} + \frac{1}{2}\, a \,.\left[\frac{(v - v_o)}{a}\right]^2$$

$$\Delta x = v_o \,.\, \frac{(v - v_o)}{a} + \frac{1}{2}\, \cancel{a} \,.\, \frac{(v - v_o)^2}{a^{\cancel{2}}}$$

Efectuando la suma y sacando factor común llegamos a las siguientes expresiones que nos permite calcular la velocidad de un cuerpo en función de su posición.

$$\Delta x = \frac{2 v_o (v - v_o) + (v - v_o)^2}{2\, a}$$

$$\Delta x = \frac{(v - v_o) \,.\, (2 v_o + v - v_o)}{2\, a}$$

$$\Delta x = \frac{(v - v_o) \,.\, (v_o + v)}{2\, a}$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{v^2 - v_o^2}{2\, a}} \qquad y \qquad \boxed{v^2 = v_o^2 + 2\, a \,.\, \Delta x}$$